

Zagadki na rozgrzewkę. 1.10.2013

Pierwsze dwie zagadki są raczej łatwe, trzecia jest trudna, można jednak próbować podać jak najlepsze rozwiązanie przybliżone.

Kłopotliwa klawiatura. Nasz telefon dysponuje klawiaturą z 26 symbolami $\{a, b, \dots, z\}$, która jednak z prawdopodobieństwem $\frac{1}{2}$ „przeskakuje” do następnego symbolu (tzn. b zamiast a , c zamiast b , $\dots$, z zamiast y , a zamiast z). Chcemy jej mimo wszystko używać do przesyłania wiadomości. Czy można to robić wydłużając tekst mniej niż dwukrotnie?

Domyślni więźniowie. W doskonale zaciemnionej hali 100 więźniów nakłada sobie na głowy czapki. Czapki mogą być czarne lub czerwone, zakładamy, że jest ich o wiele więcej niż więźniów (można przyjąć, że ∞). Przy tym oba kolory występują z tą samą częstością i są losowo przemieszane.

Z kolei w pełnym słońcu więźniowie stoją na placu apelowym, każdy widzi czapki swoich towarzyszy, ale nie swoją własną. Jak zwykle w podobnych puzzlach, zadaniem więźnia jest stwierdzić, jaką czapkę ma na głowie. Na dany znak w jednej chwili każdy podnosi jedną rękę. Lewa oznacza „mam czerwoną”, a prawa „mam czarną”. W tej fazie gry wykluczona jest jakakolwiek komunikacja między więźniami.

Jeśli **wszyscy** podadzą poprawną odpowiedź, i **tylko wtedy**, więźniowie stają się wolni. Jaka jest szansa, że tak będzie?

Podkreślmy, że wcześniej więźniowie mogą ustalić między sobą dowolną strategię postępowania.

Kasyno. Kasyno dysponuje bardzo długim (możemy przyjąć, że nieskończonym) ciągiem bitów losowych. W n -tej rundzie gracze A i B typują niezależnie od siebie, jaki będzie n -ty bit: 0 czy 1. Wtedy kasyno ujawnia prawdziwy bit, jak również typy obu graczy. Jeśli **obaj** podali prawidłową odpowiedź, to wygrywają każdy po 1 zł, w przeciwnym razie przegrywają każdy po 2 zł.

Ta propozycja nie byłaby zbyt atrakcyjna, gdyby nie to, że A **zna cały ciąg!** Czy warto grać? Na jaką wygraną gracze mogą liczyć?

To zadanie jest zaczerpnięte z pracy Oliviera Gossnera.