

Teoria informacji 2018/2019

Problem do samodzielnego rozwiązania. Termin rozwiązania 26.01.2019

Rozwiązania w formacie pdf proszę przysyłać na adres: niwinski@mimuw.edu.pl

Za rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 1 punkt.

Rozważamy dwa kanały nad alfabetem $\{0, 1\}^n$. Kanał pierwszy z jednostajnym prawdopodobieństwem $\frac{1}{n}$ wybiera pozycję $j \in \{1, \dots, n\}$ i ją zeruje (jeśli już była 0, pozostaje bez zmian).

Kanał drugi podobnie, z jednostajnym prawdopodobieństwem wybiera pozycję, po czym dodaje do niej 1 *modulo* 2.

Działanie kanałów jest niezależne od wejściowej zmiennej A .

Dla przykładu, dla $n = 2$, mamy w pierwszym kanale

$$\begin{aligned}P(00 \rightarrow 00) &= 1 \\P(01 \rightarrow 01) &= P(01 \rightarrow 00) = \frac{1}{2} \\P(10 \rightarrow 00) &= P(10 \rightarrow 10) = \frac{1}{2} \\P(11 \rightarrow 01) &= P(11 \rightarrow 10) = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

a w drugim kanale

$$\begin{aligned}P(00 \rightarrow 10) &= P(00 \rightarrow 01) = \frac{1}{2} \\P(01 \rightarrow 11) &= P(01 \rightarrow 00) = \frac{1}{2} \\P(10 \rightarrow 00) &= P(10 \rightarrow 11) = \frac{1}{2} \\P(11 \rightarrow 01) &= P(11 \rightarrow 10) = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Który z tych dwóch kanałów ma większą przepustowość i dlaczego?

Uwaga. Odpowiedź może zależeć od n ¹.

Polecenie dodatkowe. Dla każdego z kanałów proszę zaproponować kod $C \subseteq \{0, 1\}^n$ tak, by po przejściu słowa kodowego przez kanał dało się je zdekodować z prawdopodobieństwem błędu równym zero. (Oczywiście, im więcej elementów w C , tym lepiej.)

¹Rozwiązania „dla prawie wszystkich n ” też będą punktowane.