

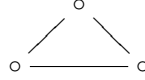
Egzamin z Teorii informacji 31.01.2023. Część teoretyczna

Proszę czytelnie podpisać tę kartkę imieniem i nazwiskiem.

W przypadku pytań testowych (a), (b), (c) proszę zakreślić odpowiedzi, jakie uważają Państwo za właściwe. W pierwszym pytaniu należy ponadto wpisać wartość liczbową.

Nie trzeba pisać uzasadnień.

1. Dla ustalonego trójkąta



losujemy z jednostajnym prawdopodobieństwem jego bok; wynikiem jest zmienna A . Następnie, również z jednostajnym prawdopodobieństwem losujemy jeden z końców wylosowanego boku, wynikiem jest zmienna B .

(a) $H(A|B) < H(B|A)$ (b) $H(A|B) = H(B|A)$ (c) $H(A|B) > H(B|A)$

Wartość: $I(A; B) =$

2. Rozważamy zbiór binarnych reprezentacji wszystkich liczb pierwszych mniejszych od 2^{100} zapisanych przy pomocy dokładnie 100 (stu) cyfr, z dodaniem w razie potrzeby początkowych zer. Ten kod

- (a) wykrywa 4 błędy, a poprawia 2
(b) wykrywa zero błędów
(c) to w ogóle nie jest kod.

3. Przypuśćmy, że dla kanału Γ o macierzy $\begin{pmatrix} P & Q \\ Q & P \end{pmatrix}$, dla każdego $\forall \varepsilon, \delta > 0$ istnieje nieskończenie wiele liczb $n \in \mathbb{N}$ oraz kodów $\exists C \subseteq \{0, 1\}^n$, że $C_\Gamma - \varepsilon \leq R(C) \leq C_\Gamma$ i dla zmiennej A o wartościach w C i rozkładzie jednostajnym zachodzi $\Pr_E(\Delta_o, A) \leq \delta$ gdzie Δ_o jest (uwaga!) regułą idealnego obserwatora. Co możemy **na pewno** stwierdzić o wartości P z macierzy kanału (być może nic z tych rzeczy)?

(a) $P = 0$ lub $P = 1$ (b) $P \neq \frac{1}{2}$ (c) $P > \frac{1}{2}$.

4. Dwa kanały pracują nad alfabetem $\{0, 1, \dots, 8, 9\}$. Pierwszy kanał z prawdopodobieństwem $\frac{1}{2}$ zamienia 6 na 9 (i odwrotnie), a pozostałe cyfry przesyła poprawnie. Drugi kanał z prawdopodobieństwem $\frac{1}{5}$ przesyła 0 na parzystą cyfrę (0, 2, 4, 6 lub 8), a pozostałe cyfry przesyła poprawnie.

- (a) przepustowość obu kanałów jest co najmniej $\log 9$
(b) przepustowość dokładnie jednego z tych kanałów jest dokładnie $\log 10$
(c) przepustowość przynajmniej jednego z tych kanałów jest ostro mniejsza od $\log 9$.

5. Przypomnijmy, że stała Chaitina Ω_U w ogólności zależy od bezprefiksowej maszyny uniwersalnej U . Czy istnieje maszyna uniwersalna U taka, że

- (a) $\Omega_U = \frac{1}{4}$
(b) $\Omega_U = \frac{1}{\pi}$
(c) co druga cyfra w binarnym zapisie (ułamka) Ω_U jest 1.