

Egzamin złożoności obliczeniowej

16 czerwca 2014

Każde zadanie proszę pisać na oddzielnej, czytelnie podpisanej kartce.

1. Wykaż, że problem, czy dany graf nieskierowany jest dwudzielny, jest w klasie L. Wskazówka: Skorzystać z faktu, że problem osiągalności w grafie nieskierowanym jest w L (Tw. Reingolda z 2004 r.).
2. Dla języka $M \subseteq \{0, 1\}^*$ oznaczamy $And(M) = \#(M\#)^*$ oraz $Or(M) = \#\{0, 1, \#\}^* \#M\#\{0, 1, \#\}^* \#$.
Mówimy, że język M ma własność *And* względem redukcji wielomianowych, jeśli istnieje wielomianowa redukcja $And(M)$ do M . Podobnie, M ma własność *Or* względem redukcji wielomianowych, jeśli istnieje wielomianowa redukcja $Or(M)$ do M . Analogicznie definiujemy własność *And* i *Or* względem redukcji w L.
Pokaż, że
 - (a) problem osiągalności (w grafie skierowanym) ma własność *And* i *Or* względem redukcji w L;
 - (b) każdy język z P ma własność *And* i *Or* względem redukcji wielomianowych;
 - (c) każdy język NP-zupełny ma własność *And* i *Or* względem redukcji wielomianowych.
3. Wykaż, że dla dowolnego zbioru liczb naturalnych A zachodzi implikacja: jeśli zbiór reprezentacji binarnych liczb z A , $\{bin(n) \mid n \in A\}$, jest w BPP, to zbiór reprezentacji unarnych liczb z A , $\{0^n \mid n \in A\}$, jest w klasie

$$QP = \bigcup_{c \in \mathbb{N}} DTIME\left(2^{(\log n)^c}\right)$$

(tzw. problemy quasi-wielomianowe).