

Kolokwium ze złożoności obliczeniowej 7 maja 2014

Każde zadanie proszę pisać na oddzielnej, czytelnie podpisanej kartce.

1. Rozważamy kolorowania grafów prostych trzema kolorami. Kolorowanie uznajemy za dobre, jeśli każdy wierzchołek ma kolor inny, niż którykolwiek z jego sąsiadów, a k -dobre, jeśli co najwyżej k wierzchołków nie spełnia tej własności. Wykaż, że problem, czy istnieje 2-dobre kolorowanie jest NP-zupełny. Uogólnij dla $k > 2$.

2. Skierowany graf acykliczny o wierzchołkach $\{1, \dots, n\}$ reprezentujemy jako ciąg n^2 bitów uzyskany przez wypisanie macierzy sąsiedztwa wiersz po wierszu.

Wykaż, że następujący problem jest rozpoznawalny przez nieterministyczną maszynę Turinga pracującą w pamięci logarytmicznej.

Zbiór grafów skierowanych o parzystej liczbie wierzchołków, taki że dokładnie połowa wszystkich wierzchołków jest osiągalna z wierzchołka 1.

3. Niech M będzie (deterministyczną) maszyną Turinga nad alfabetem $\{0, 1\}$, która zatrzymuje się dla każdego wejścia. Rozważmy następujący problem algorytmiczny.

Dany jest obwód C o n brankach wejściowych.

Pytanie: czy ten obwód jest równoważny maszynie M dla słów długości n ? (Przypominamy, że maszyna M jest ustalona i nie stanowi części instancji problemu.)

(a) Czy ten problem jest rozstrzygalny?

(b) Czy można podać oszacowanie złożoności niezależne od maszyny M ?