

Złożoność Obliczeniowa: egzamin poprawkowy

31 sierpnia 2015 r.

1. Niektóre liczby naturalne są podzielne przez długości swoich reprezentacji dwójkowych, na przykład:

- 2 (reprezentacja dwójkowa 10 o długości 2),
- 6 (reprezentacja dwójkowa 110 o długości 3),
- 261 (reprezentacja dwójkowa 100000101 o długości 9, $261/9 = 29$).

Udowodnij, że język reprezentacji dwójkowych liczb o tej własności należy do klasy L .

2. Dla ustalonego zbioru kolorów K i liczby n , *szablonem* nazywamy tablicę długości n , w której niektóre pola są pokolorowane kolorami z K . Szablon S *pasuje* do szablonu T , jeżeli dla każdego pola $S[i]$, które ma jakiś kolor, pole $T[i]$ ma ten sam kolor co $S[i]$.

Dla danych K i n jak wyżej oraz dla zbioru szablonów S , gra w szablon ma następujące zasady:

- Gra między graczami A i B toczy się na szablonie o rozmiarze n , który nazywamy *planszą*. Początkowo plansza jest pusta, tzn. wszystkie pola ma niepokolorowane.
- Gracze wykonują ruchy na przemian, pierwszy ruch wykonuje A .
- Ruch gracza polega na pokolorowaniu pierwszego od lewej niepokolorowanego pola planszy na dowolnie wybrany kolor z K .
- Gracz B wygrywa, jeżeli w pewnej chwili jeden z szablonów ze zbioru S pasuje do aktualnego stanu planszy.
- Gracz A wygrywa, jeżeli gracze zapełnili całą planszę i gracz B nie wygrał.

Udowodnij, że problem, czy dla danych K , n i S gracz A ma strategię wygrywającą, jest PSPACE-zupełny.

Udowodnij też, że jeśli grę zmodyfikujemy tak, że gracz B nie wypełnia pól planszy, a jedynie próbuje dopasowywać szablon po każdym ruchu gracza A , to ten sam problem staje się NP-zupełny.

3. *Wytarciem* języka S nazywamy język $\{1^n : \exists w \in S. |w| = n\}$.

Rozważmy dowolną funkcję $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ taką, że $f(n) \leq n$ dla każdej liczby n . Język $S \in \{0, 1\}^*$ nazywamy *f -zdeteminowanym* jeśli dla każdego słowa $w \in S$ istnieje $f(|w|)$ pozycji takich, że każde słowo długości $|w|$, które zgadza się z w na tych pozycjach należy do S .

Udowodnij, że jeśli $f(n) = \mathcal{O}(\log n)$, to wytarcie każdego f -zdeteminowanego języka z klasy P należy do klasy RP .

.....
imię, nazwisko, nr indeksu

Dla każdego pytania udziel odpowiedzi: TAK, NIE lub NIE WIADOMO. Trzecią możliwość należy rozumieć jako stwierdzenie, że obecny stan wiedzy w teorii złożoności dopuszcza obie możliwości. Każde pytanie jest warte 1 punkt; nie ma punktów ujemnych za błędną odpowiedź.

1. $QBF \in P$
2. $L = NP$
3. $NL = PSPACE$
4. $NL = coNL$
5. $NP = coNP$
6. $AC_1 = NC_1$
7. $BPP \subseteq PP$
8. Język jest NP-zupełny ze względu na redukcje w P wtedy i tylko wtedy gdy jest NP-zupełny ze względu na redukcje w L
9. Złożoność problemu na jednotaśmowej maszynie Turinga i na dwutaśmowej maszynie Turinga jest zawsze taka sama, z dokładnością do stałej
10. $P^{NP} = NP^P$
11. $IP = NPSPACE$
12. $NP \subseteq PCP(\log n, \log n)$
13. Wytarcie (zob. zadanie 3 z części zadaniowej) każdego języka z P jest w NP
14. Istnieje PTAS dla problemu komiwojażera
15. W $P/poly$ istnieją problemy nierozstrzygalne