

Egzamin ze złożoności obliczeniowej

25 czerwca 2015

*Rozwiązanie każdego zadania proszę pisać na oddzielnej, czytelnie podpisanej kartce.
Każde zadanie jest warte 15 punktów.*

1. Niech $R \subseteq \{0,1\}^* \times \{0,1\}^*$ będzie relacją na słowach nad alfabetem $\{0,1\}$, spełniającą następujące warunki:

- jeśli $(u, v) \in R$, to u i v mają tę samą długość,
- język $\{u\#v \mid (u, v) \in R\}$ jest w PSPACE.

Domknięcie przechodnie relacji R definiujemy jako

$$R^+ = \{(u, v) \mid \exists n \in \mathbb{N} \exists w_0, w_1, \dots, w_n \ u = w_0 \wedge v = w_n \wedge \forall 0 \leq i < n (w_i, w_{i+1}) \in R\}$$

Udowodnij, że język $\{u\#v \mid (u, v) \in R^+\}$ jest w PSPACE.

2. Załóżmy, że dla języka L istnieje probabilistyczna maszyna Turinga M , która dla każdego słowa długości n działa w czasie *oczekiwanym* $\mathcal{O}(n)$ oraz niezależnie od wyników losowań akceptuje każde słowo z L i odrzuca każde słowo spoza L . Udowodnij, że $L \in \text{DSPACE}(n)$.
3. Udowodnij, że następujący problem jest NP-zupełny: dany alfabet Σ , niedeterministyczny automat skończony $\mathcal{A}$ nad Σ oraz liczba naturalna n zapisana unarnie, czy istnieje słowo długości n odrzucane przez automat $\mathcal{A}$?

.....
imie, nazwisko, nr indeksu

Dla każdego pytania udziel odpowiedzi: TAK, NIE lub NIE WIADOMO. Trzecią możliwość należy rozumieć jako stwierdzenie, że obecny stan wiedzy w teorii złożoności dopuszcza obie możliwości. Każde pytanie jest warte 1 punkt; nie ma punktów ujemnych za błędną odpowiedź.

1. $\text{SAT} \in \text{NC}$
2. $\text{BPP} \cap \text{coBPP} = \text{ZPP}$
3. Dla każdego problemu NP-zupełnego istnieje PTAS.
4. $\text{NPSpace} \cap \text{coNPSpace} = \text{PSPACE}$
5. $\text{NP} \cap \text{coNP} = \text{P}$
6. $\text{EXPSpace} = \text{coEXPSpace}$
7. $\text{P} = \text{P/poly}$
8. $\text{AC} = \text{NC}$
9. $\text{BPP} \subseteq \text{NP}$
10. $\text{PCP}(\mathcal{O}(1), \mathcal{O}(1)) = \text{P}$
11. $\text{IP} = \text{coIP}$
12. Jeśli $\text{P} = \text{NP}$, to $\text{EXPTIME} = \text{NEXPTIME}$
13. $\text{AC}^0 \subseteq \text{Reg}$, gdzie Reg to klasa języków regularnych.
14. $\text{Reg} \subseteq \text{AC}^0$
15. Klasa $\text{DTIME}(2^n)$ jest zamknięta na redukcje w LOGSPACE