

Złożoność Obliczeniowa – egzamin

Zadanie 1 (15 pkt.) Opisz jak deterministycznie w pamięci logarytmicznej rozwiązać następujący problem. Dla danego ciągu wejściowego $w \in \{0, 1\}^*$:

- sprawdź, czy $|w|$ jest postaci n^2 dla jakiejś liczby n ,
- jeśli tak, to sprawdź czy w , rozumiane jako graf relacji binarnej na zbiorze $\{1, \dots, n\}$, zadaje relację równoważności,
- jeśli tak, to wypisz (w reprezentacji binarnej) liczbę klas abstrakcji tej relacji.

Zadanie 2 (15 pkt.) Obwód logiczny o $2n$ bramkach wejściowych i jednej bramce wyjściowej definiuje graf skierowany o 2^n wierzchołkach w ten sposób, że jeśli na pewnej kombinacji wartości bramek wejściowych daje wartość 1, to w grafie występuje krawędź z wierzchołka o numerze K do wierzchołka o numerze M , gdzie K jest binarnie reprezentowane przez ciąg wartości pierwszych n bramek, a M – drugich n bramek.

Rozważmy następujący problem. Dane: obwód jak powyżej oraz dwie liczby binarne K, M o n bitach każda. Czy wierzchołek M jest osiągalny z K w grafie zdefiniowanym przez ten obwód?

Udowodnij, że ten problem jest PSPACE-zupełny.

Zadanie 3 (15 pkt.) Dla dowolnego języka $L \subseteq \Sigma^*$, i dla słowa $w = w_1 w_2 \dots w_n \in \Sigma^n$, słowo $w^{(L)} \in \{0, 1\}^n$ jest zdefiniowane następująco:

$$(w^{(L)})_i = \begin{cases} 1 & \text{jeśli } w_1 w_2 \dots w_i \in L \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$

Dla języków $L \subseteq \Sigma^*$ i $K \subseteq \{0, 1\}^*$, język $K^{(L)} \subseteq \Sigma^*$ definiujemy tak:

$$K^{(L)} = \{w \mid w^{(L)} \in K\}.$$

Przykładowo, jeżeli K to język wszystkich słów, w których co najmniej raz występuje litera 1, to $K^{(L)}$ to język tych słów, w których co najmniej jeden prefiks należy do L .

Udowodnij, że jeśli $L \in \text{BPP}$ i $K \in \text{BPP}$ to $K^{(L)} \in \text{BPP}$.

.....
imię, nazwisko, nr indeksu

Dla każdego pytania udziel odpowiedzi: TAK, NIE lub NIE WIADOMO. Trzecią możliwość należy rozumieć jako stwierdzenie, że obecny stan wiedzy w teorii złożoności dopuszcza obie możliwości. Każde pytanie jest warte 1 punkt; nie ma punktów ujemnych za błędną odpowiedź.

1. $P = \text{coP}$
2. $\text{QBF} \in \text{NP}$
3. $\text{NP}^{\text{NP}} = \text{NP}$
4. $\text{P}^{\text{NP}} = \text{P}^{\text{coNP}}$
5. $\text{NP} \cap \text{coNP} = \text{P}$
6. $\text{DSPACE}(n^2) = \text{DSPACE}(n^3)$
7. $\text{NL} = \text{coNL}$
8. $\text{RP} \subseteq \text{BPP}$
9. $\text{NP} \subseteq \text{BPP}$
10. (Wytarciem języka S nazywamy język $\{1^n : \exists w \in S. |w| = n\}$.)
Wytarcie każdego języka z NP jest w NP
11. Jeśli $\text{P} = \text{PSPACE}$ to $\text{EXPTIME} = \text{EXPSPACE}$
12. Klasa L jest zamknięta zwn.
redukcje obliczalne w pamięci logarytmicznej
13. Klasa PSPACE jest zamknięta zwn.
redukcje obliczalne w pamięci wielomianowej
14. Każdy język regularny należy do klasy NC^1
15. $\text{AC} = \text{NC}$