

Egzamin ze złożoności obliczeniowej, 19 czerwca 2017

Zadania

Rozwiązania zadań 1,2,3 proszę pisać na oddzielnych, czytelnie podpisanych kartkach. Do części teoretycznej otrzymają Państwo specjalny arkusz. Wszystkie zadania są punktowane po równo, a teoria liczy się jak dwa zadania.

1. Udowodnij, że następujący problem jest zupełny w klasie **NL** ze względu na redukcje w pamięci logarytmicznej: Czy dany graf skierowany jest silnie spójny?
(Zakładamy, że graf jest reprezentowany przez macierz incydencji.)

2. Przypuśćmy, że istnieje deterministyczny wielomianowy algorytm A , który z błędem $2/5$ aproksymuje prawdopodobieństwo, że dany obwód C akceptuje losowe wejście. Dokładniej, dla obwodu $C(x_1, \dots, x_n)$ algorytm oblicza liczbę wymierną $A(C)$, taką że

$$|\Pr(C(U_n) = 1) - A(C)| \leq \frac{2}{5}.$$

(Gdzie zmienna losowa U_n przyjmuje wartości w zbiorze $\{0, 1\}^n$ z jednostajnym prawdopodobieństwem.)
Dowiedź, że wtedy **P** = **BPP**.

3. Niech M będzie niedeterministyczną maszyną Turinga działającą w pamięci wielomianowej. Wykaż, że istnieje deterministyczna maszyna pracująca w czasie wykładniczym (tzn. 2^{n^k} , dla pewnego k), która dla wejścia w oblicza liczbę obliczeń akceptujących maszyny M na słowie w .
(Można założyć, że M nie ma obliczeń nieskończonych.)

.....
imię, nazwisko, nr indeksu

Dla każdego pytania udziel odpowiedzi: TAK, NIE lub NIE WIADOMO. Trzecią możliwość należy rozumieć jako stwierdzenie, że obecny stan wiedzy w teorii złożoności dopuszcza obie możliwości. Każde pytanie jest punktowane tak samo; nie ma punktów ujemnych za błędną odpowiedź.

1. Jeśli $L_1, L_2 \in \mathbf{NP} \cap \mathbf{co-NP}$, to $L_1 \dot{-} L_2 \in \mathbf{NP} \cap \mathbf{co-NP}$, gdzie $L_1 \dot{-} L_2$ (różnica symetryczna) zawiera słowa, które należą do dokładnie jednego z języków L_1, L_2 .
.....
2. Istnieje algorytm, rozstrzygający następujący problem: Czy dana maszyna Turinga M działa w czasie ograniczonym przez $5 \cdot n$?
.....
3. Istnieje problem $\mathbf{NP}$ -zupełny należący do klasy $\mathbf{NSPACE}(n)$.
.....
4. Istnieje problem $\mathbf{PSPACE}$ -zupełny będący językiem regularnym.
.....
5. $\mathbf{NP} \neq \mathbf{DTIME}(2^n)$.
.....
6. $\mathbf{BPP} \cap \mathbf{NP} \subseteq \mathbf{P}$.
.....
7. $\mathbf{CFL} \cap \mathbf{co-CFL} \subseteq \mathbf{P}$ (gdzie $\mathbf{CFL}$ jest klasą języków bezkontekstowych).
.....
8. $\mathbf{NSPACE}(n \log n)$ jest ostro zawarte w $\mathbf{DSpace}(n^3)$.
.....
9. Istnieje rozstrzygalny język w klasie $\mathbf{P/poly}$, który nie jest w $\mathbf{P}$.
.....
10. $\mathbf{co-RP} \subseteq \mathbf{P/poly}$.
.....
11. Problem osiągalności w grafie skierowanym jest zupełny klasie $\mathbf{co-NL}$ (ze względu na redukcje w pamięci logarytmicznej).
.....
12. $\mathbf{AC}^1 \subseteq \mathbf{NC}^2$.
.....